

# PROGRAM LINIER

Metode Grafis

Metode Simpleks

Analisa Sensitivitas

© Saifoe El Unas

## PROGRAM LINIER

Optimasi adalah suatu proses analisis & perhitungan untuk mendapatkan solusi yang **optimum**.

Optimum dapat berarti **minimum** atau **maksimum**.

Salah satu metode optimasi untuk mendapatkan solusi optimum adalah **Program Linier (*Linear Programming*)**.

Program Linier menggunakan **model matematis** dari suatu permasalahan.

Seluruh fungsi dari model matematis pada Program Linier adalah fungsi linier.

Model matematis yang dibuat terdiri dari :

- Fungsi Tujuan (*Objective*), dan
- Pembatas-pembatas (*Constraints*)

## PROGRAM LINIER

Bentuk umum model matematis :

**Fungsi Tujuan :**

**Maksimumkan / minimumkan**

$$z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

**Pembatas :**

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n [=, \leq, \geq] b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n [=, \leq, \geq] b_2$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n [=, \leq, \geq] b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

## PROGRAM LINIER

Contoh :

Suatu pabrik beton *precast* memproduksi 3 tipe panel dinding. Tipe 1 membutuhkan 1 jam kerja buruh dan 3 jam kerja mesin, dijual seharga Rp 1,3 juta per unit. Tipe 2 membutuhkan 2 jam kerja buruh dan 2 jam kerja mesin dan juga mengandung 2 m<sup>3</sup> material isolasi per unit. Tipe 2 dijual seharga Rp 2,2 juta per unit. Satu unit tipe 3 membutuhkan 1,5 jam kerja buruh dan 2,5 jam kerja mesin dan mengandung 4 m<sup>3</sup> material isolasi, dijual seharga Rp 3 juta per unit. Biaya buruh Rp 200.000/jam dan biaya mesin Rp 300.000/jam. Biaya material isolasi Rp 400.000/m<sup>3</sup>. Dalam satu hari pabrik tersebut mempunyai 240 jam kerja mesin, 160 jam kerja buruh dan 150 m<sup>3</sup> material isolasi. Permintaan sedikitnya 10 buah untuk tiap tipe panel. Buatlah model matematis Program Linier untuk memaksimalkan keuntungan.

## PROGRAM LINIER

Tabulasi kebutuhan jam kerja, material isolasi dan perhitungan biaya tiap tipe panel dinding :

Tipe Panel	Jam kerja Buruh	Jam kerja Mesin	Material isolasi	Biaya (Rp/unit)
1	1	3	0	$1 \times 200 \text{ rb} + 3 \times 300 \text{ rb} = 1,1 \text{ juta}$
2	2	2	2	$2 \times 200 \text{ rb} + 2 \times 300 \text{ rb} + 2 \times 400 \text{ rb} = 1,8 \text{ juta}$
3	1,5	2,5	4	$1,5 \times 200 \text{ rb} + 2,5 \times 300 \text{ rb} + 4 \times 400 \text{ rb} = 2,65 \text{ juta}$
Jumlah	160	240	150	

## PROGRAM LINIER

Tabulasi keuntungan tiap tipe panel dinding :

Tipe Panel	Harga Jual (Rp/unit)	Biaya (Rp/unit)	Keuntungan (Rp/unit)
1	1,3 juta	1,1 juta	200 ribu
2	2,2 juta	1,8 juta	400 ribu
3	3 juta	2,65 juta	350 ribu

Variabel yang digunakan :

$x_1$  : jumlah produksi Tipe 1 (unit)

$x_2$  : jumlah produksi Tipe 2 (unit)

$x_3$  : jumlah produksi Tipe 3 (unit)

## PROGRAM LINIER

Model matematis Program Linier :

$$\text{Maksimumkan : } z = 2x_1 + 4x_2 + 3,5x_3 \quad (\times 100.000)$$

Pembatas :

$$x_1 + 2x_2 + 1,5x_3 \leq 160$$
$$3x_1 + 2x_2 + 2,5x_3 \leq 240$$
$$2x_2 + 4x_3 \leq 150$$
$$x_1 \geq 10$$
$$x_2 \geq 10$$
$$x_3 \geq 10$$

## PROGRAM LINIER

Metode penyelesaian dari Program Linier ada 2 macam :

1. Metode Grafis → hanya ada 2 variabel
2. Metode Simpleks → bisa  $\geq 2$  variabel

Selain metode penyelesaian tersebut, ada analisis tambahan untuk mengetahui pengaruh dari perubahan-perubahan pada fungsi tujuan dan pembatas terhadap nilai optimum yang telah didapatkan yang disebut dengan **Analisa Sensitivitas**.

## METODE GRAFIS

Contoh :

Dapatkan solusi optimum untuk model matematis sbb :

Maksimumkan :  $z = 3x_1 + 5x_2$

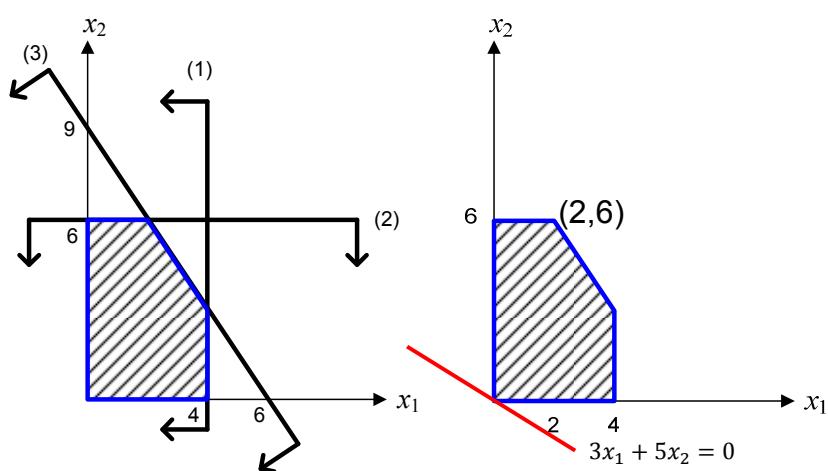
Pembatas :  $x_1 \leq 4 \dots\dots (1)$

$$2x_2 \leq 12 \dots\dots (2)$$

$$3x_1 + 2x_2 \leq 18 \dots\dots (3)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

## METODE GRAFIS



Titik optimum :  
 $x_1 = 2$   
 $x_2 = 6$

## METODE GRAFIS

Jadi solusi optimum untuk model matematis tersebut adalah :

$$\begin{aligned} z &= 3x_1 + 5x_2 \\ &= (3 \times 2) + (5 \times 6) \\ &= 36 \end{aligned}$$

Nilai  $z = 36$  ini adalah merupakan nilai maksimum dari semua nilai  $x_1$  dan  $x_2$  pada [daerah fisibel](#).

## METODE SIMPLEKS

Metode Simpleks digunakan untuk menyelesaikan Program Linier dengan cara iterasi.

Metode Simpleks dalam menyelesaikan Program Linier dibagi menjadi 2 berdasarkan fungsi pembatas, yaitu :

1. Metode Simpleks dengan bilangan [Slack \(S\)](#), jika semua pembatas bertanda “ $\leq$ ”.
2. Metode Simpleks dengan bilangan [Slack \(S\)](#) dan bilangan [Artifisial \(R\)](#), jika ada pembatas yang bertanda “ $\geq$ ” dan/atau “ $=$ ”.

## METODE SIMPLEKS

Langkah-langkah metode Simpleks :

- A. Mengubah bentuk model matematis, baik fungsi tujuan maupun pembatas menjadi bentuk standar.
- B. Melakukan iterasi perhitungan sampai didapatkan solusi optimum. Pada langkah iterasi inilah ada perbedaan cara antara Metode Simpleks dengan bilangan Slack (S) dan Metode Simpleks dengan bilangan Slack dan bilangan Artifisial (S dan R).

## METODE SIMPLEKS

### A. Mengubah bentuk model matematis

Syarat perubahan :

1. Semua pembatas harus dijadikan **persamaan** (“=”) dengan **ruas kanan harus Positif**.
2. Semua variabel harus **Positif**.
3. Pembatas yang bertanda  $\leq$  atau  $\geq$  dapat dijadikan persamaan (menjadi “=” ) dengan **menambahkan** atau **mengurangkan** variabel **Slack (S)**.
4. Fungsi tujuan diubah dengan menempatkan pada ruas kiri untuk semua variabelnya termasuk z, sehingga ruas kanan = 0.

## METODE SIMPLEKS

Contoh :

$$\text{Maksimumkan : } z = 3x_1 + 5x_2$$

$$\begin{array}{l} \text{Pembatas : } \\ \quad x_1 \leq 4 \quad \dots\dots (1) \\ \quad 2x_2 \leq 12 \quad \dots\dots (2) \\ \quad 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \quad \dots\dots (3) \\ \quad x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{array}$$

Diubah menjadi bentuk standar :

$$\begin{array}{rcl} z - 3x_1 - 5x_2 & = & 0 \\ x_1 & + S_1 & = 4 \quad \dots\dots (1) \\ 2x_2 & + S_2 & = 12 \quad \dots\dots (2) \\ 3x_1 + 2x_2 & + S_3 & = 18 \quad \dots\dots (3) \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, S_1 \geq 0, S_2 \geq 0, S_3 \geq 0 & & \end{array}$$

## METODE SIMPLEKS

Dalam bentuk matriks :

<b>Z</b>	<b>x<sub>1</sub></b>	<b>x<sub>2</sub></b>	<b>S<sub>1</sub></b>	<b>S<sub>2</sub></b>	<b>S<sub>3</sub></b>	<b>Solusi</b>
1	-3	-5	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	4
0	0	2	0	1	0	12
0	3	2	0	0	1	18

Dari matriks tsb, nilai-nilai variabel adalah :

- $x_1 = 0, x_2 = 0 \rightarrow$  disebut variabel **non basis**
- $S_1 = 4, S_2 = 12, S_3 = 18 \rightarrow$  disebut variabel **basis**
- Koefisien variabel basis harus **= 1**.

## METODE SIMPLEKS

### B. Perhitungan dengan cara iterasi (dg. bil. Slack)

Langkah-langkah iterasi :

1. Dimulai dari fungsi tujuan :
  - Maks. : selama masih ada koefisien yang negatif, pilih kolom entering pd **koefisien negatif terbesar**.
  - Min. : selama masih ada koefisien yang positif, pilih kolom entering pd **koefisien positif terbesar**.

## METODE SIMPLEKS

2. Beralih ke pembatas :
  - Bagi angka pada kolom solusi dengan angka pada kolom entering yang bertanda **positif**.
  - Pilih baris yang mempunyai hasil bagi terkecil sehingga menjadi **baris poros**.
  - Pertemuan **kolom entering** dan **baris poros** tetapkan sebagai **pivot**.
  - Ke iterasi berikutnya, hitung koefisien pada baris **baris poros** dengan cara :

$$\text{Koef. baru} = \text{Koef. lama} / \text{Pivot}$$

$$\text{Koef}_{i+1} = \text{Koef}_i / \$K\$B_{\text{pivot}} \quad (\text{MS. Excell})$$

## METODE SIMPLEKS

3. Variabel **non basis** fungsi tujuan pada kolom **entering** masuk menggantikan variabel **basis** pada **baris poros** pada iterasi berikutnya.
4. Ke iterasi selanjutnya :  
Hitung koefisien semua baris **selain baris poros** dengan cara, untuk setiap kolom :

$$\text{Koef. baru} = \text{Koef. lama} - \text{Koef. kolom entering} \times \text{Koef. baris poros}$$

$$\text{Koef}_{i+1} = \text{Koef}_i - \$KB_{klm-ent} \times K\$B_{brs-prs} \quad (\text{MS. Excell})$$

## METODE SIMPLEKS

3. Ulangi lagi mulai langkah 1 – 3, sampai koefisien fungsi tujuan **sudah tidak ada** yang :
  - **Negatif** untuk **maksimumkan**
  - **Positif** untuk **minimumkan**
4. **Solusi optimum** adalah pada **kolom solusi** dari iterasi terakhir.

## METODE SIMPLEKS

Iterasi 0 :

Basis	z	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Solusi
z	1	-3	-5	0	0	0	0
$S_1$	0	1	0	1	0	0	4
$x_2 \rightarrow S_2$	0	0	2	0	1	0	12
$S_3$	0	3	2	0	0	1	18

Kolom entering

Baris poros

$12/2 = 6$

$18/2 = 9$

## METODE SIMPLEKS

Iterasi 1 :

Basis	z	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Solusi
z	1	-3	0	0	$5/2$	0	30
$S_1$	0	1	0	1	0	0	4
$x_2 \rightarrow S_3$	0	0	1	0	$1/2$	0	6
$S_3$	0	3	0	0	-1	1	6

## METODE SIMPLEKS

Iterasi 2 :

Basis	$z$	$x_1$	$x_2$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	Solusi
$z$	1	0	0	0	$3/2$	1	<b>36</b>
$S_1$	0	0	0	1	$1/3$	$-1/3$	2
$x_2$	0	0	1	0	$1/2$	0	<b>6</b>
$x_1$	0	1	0	0	$-1/3$	$1/3$	<b>2</b>

Solusi optimum :

$$z = 36$$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = 6$$

## METODE SIMPLEKS

C. Perhitungan dengan cara iterasi (dg. bil. Slack & bil. Artifisial)

- Pada pembatas yang bertanda “ $\geq$ ” maka ruas kiri harus **dikurangkan** dengan bilangan Slack (**S**) dan **ditambahkan** bilangan Artifisial (**R**).
- Pada pembatas yang bertanda “ $=$ ” maka ruas kiri harus **ditambahkan** dengan bilangan Artifisial (**R**).

Contoh :

Maksimumkan :  $z = 3x_1 + 5x_2$

Pembatas :  $x_1 \leq 4 \dots\dots (1)$

$$2x_2 \leq 12 \dots\dots (2)$$

$$3x_1 + 2x_2 \geq 18 \dots\dots (3)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

## METODE SIMPLEKS

Diubah menjadi bentuk standar :

$$\begin{aligned} z - 3x_1 - 5x_2 &= 0 \\ x_1 + S_1 &= 4 \quad \dots\dots (1) \\ 2x_2 + S_2 &= 12 \quad \dots\dots (2) \\ 3x_1 + 2x_2 - S_3 + R_3 &= 18 \quad \dots\dots (3) \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, S_1 \geq 0, S_2 \geq 0, S_3 \geq 0, R_3 \approx 0 \end{aligned}$$

Penyelesaian Program Linier yang pembatasnya ada bilangan bilangan Slack (S) dan Artifisial (R) dilakukan dengan **Metode Simpleks 2 Fase**.

## METODE SIMPLEKS

Langkah-langkah iterasi 2 Fase :

A. **Fase 1 :**

1. Jadikan fungsi tujuan dalam bentuk :

Minimumkan :  $r = \sum R_i$

Pembatas tetap.

Lakukan iterasi seperti pada Metode Simpleks sebelumnya.

2. Jika nilai minimum fungsi tujuan tsb. = 0, lanjutkan ke fase 2, jika tidak STOP karena tidak ada solusi.

## METODE SIMPLEKS

Kembali kecontoh sebelumnya :

$$\begin{aligned}
 z - 3x_1 - 5x_2 &= 0 \\
 x_1 + S_1 &= 4 \quad \dots\dots (1) \\
 2x_2 + S_2 &= 12 \quad \dots\dots (2) \\
 3x_1 + 2x_2 - S_3 + R_3 &= 18 \quad \dots\dots (3) \\
 x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, S_1 \geq 0, S_2 \geq 0, S_3 \geq 0, R_3 \approx 0
 \end{aligned}$$

**Fase 1 :**

Fungsi tujuan :

Minimumkan :  $r = R_3$

$$\begin{aligned}
 r &= 18 - 3x_1 - 2x_2 + S_3 \\
 r + 3x_1 + 2x_2 - S_3 &= 18
 \end{aligned}$$

## METODE SIMPLEKS

**Fase 1**

**Iterasi 0**

Basis	r	x1	x2	S1	S2	S3	R3	Solusi
r	1	3	2	0	0	-1	0	18
S1	0	1	0	1	0	0	0	4
S2	0	0	2	0	1	0	0	12
R3	0	3	2	0	0	-1	1	18

## METODE SIMPLEKS

Fase 1

Iterasi 1

Basis	r	x1	x2	S1	S2	S3	R3	Solusi
r	1	0	2	-3	0	-1	0	6
x1	0	1	0	1	0	0	0	4
S2	0	0	2	0	1	0	0	12
R3	0	0	2	-3	0	-1	1	6

## METODE SIMPLEKS

Fase 1

Iterasi 2

Basis	r	x1	x2	S1	S2	S3	R3	Solusi
r	1	0	0	0	0	0	-1	0
x1	0	1	0	1	0	0	0	4
S2	0	0	0	3	1	1	-1	6
x2	0	0	1	-1,5	0	-0,5	0,5	3

Diperoleh **r = 0**, sehingga dilanjutkan ke Fase 2.

## METODE SIMPLEKS

### Fase 1

Persamaan pembatas hasil perhitungan Fase 1 (iterasi terakhir) :

$$x_1 + S_1 = 4 \quad \dots\dots (1)$$

$$3S_1 + S_2 + S_3 - R_3 = 6 \quad \dots\dots (2)$$

$$x_2 - 1,5S_1 - 0,5S_3 + 0,5R_3 = 3 \quad \dots\dots (3)$$

#### Catatan :

Jika telah diperoleh nilai r yang minimum = 0 maka semua nilai bilangan R = 0.

Jadi variabel  $R_i$  tidak perlu dituliskan lagi pada Fase 2.

## METODE SIMPLEKS

### B. Fase 2 :

1. Ubah fungsi tujuan awal dengan cara men-substitusikan variabel  $x$  yang menjadi **variabel basis** pada iterasi terakhir fase 1 dengan tidak mengikutkan bilangan R (=0).
2. Gunakan pembatas pada iterasi terakhir fase 1, tanpa bilangan R.
3. Lakukan iterasi seperti pada Metode Simpleks sebelumnya hingga didapatkan solusi optimum.

## METODE SIMPLEKS

### Fase 2

Dari persamaan pembatas iterasi terakhir Fase 1 :

$$(1) \quad x_1 + S_1 = 4 \rightarrow x_1 = 4 - S_1$$

$$(3) \quad x_2 - 1,5S_1 - 0,5S_3 = 3 \rightarrow x_2 = 3 + 1,5S_1 + 0,5S_3$$

Fungsi tujuan :

$$\begin{aligned} z - 3x_1 - 5x_2 &= 0 \\ z - 3(4 - S_1) - 5(3 + 1,5S_1 + 0,5S_3) &= 0 \\ z - 12 + 3S_1 - 15 - 7,5S_1 - 2,5S_3 &= 0 \\ z - 4,5S_1 - 2,5S_3 &= 27 \end{aligned}$$

## METODE SIMPLEKS

### Fase 2

#### Iterasi 0

Basis	z	x1	x2	S1	S2	S3	Solusi
z	1	0	0	-4,5	0	-2,5	27
x1	0	1	0	1	0	0	4
S2	0	0	0	3	1	1	6
x2	0	0	1	-1,5	0	-0,5	3

## METODE SIMPLEKS

Fase 2

Iterasi 1

Basis	z	x1	x2	S1	S2	S3	Solusi
z	1	0	0	0	1,5	-1	36
x1	0	1	0	0	-0,3333	-0,3333	2
S1	0	0	0	1	0,3333	0,3333	2
x2	0	0	1	0	0,5	0	6

## METODE SIMPLEKS

Fase 2

Iterasi 2

Basis	z	x1	x2	S1	S2	S3	Solusi
z	1	0	0	3	2,5	0	42
x1	0	1	0	1	0	0	4
S3	0	0	0	3	1	1	6
x2	0	0	1	0	0,5	0	6

Solusi optimum :

$$z = 42$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = 6$$

## ANALISA SENSITIVITAS

Analisa sensitivitas digunakan untuk mengetahui :

- Perubahan koefisien fungsi tujuan, dan
- Perubahan pada konstanta pembatas (sumber daya) sehingga masih diapatkan solusi yg layak.

Analisa sensitivitas dapat dilakukan secara :

1. Matematis, menggunakan persamaan aljabar (hanya untuk program linier dua variabel yang diselesaikan dengan metode grafis).
2. Metode Simpleks, yaitu dengan menggunakan tabel pada iterasi terakhir yang menghasilkan solusi optimum.

## ANALISA SENSITIVITAS

Istilah yang digunakan dalam analisa sensitivitas:

- **Kendala aktif** adalah kendala/pembatas yang menghasilkan perpotongan solusi optimum. Pada tabel iterasi terakhir, kendala aktif ditentukan dari bilangan Slack (S) yang tidak ada dalam variabel basis.
- **Harga dual (*Dual Price*)** adalah tingkat perubahan dari nilai fungsi tujuan akibat perubahan sumber daya.  
Dual Price hanya ada pada kendala aktif.

## ANALISA SENSITIVITAS

Trick yg dapat digunakan dlm analisa sensitivitas:

- a. Jika fungsi tujuan adalah **Maksimum** maka pembatas menggunakan tanda standar “ $\leq$ ”.
- b. Jika fungsi tujuan adalah **Minimum** maka pembatas menggunakan tanda standar “ $\geq$ ”.
- c. Fungsi tujuan **Maksimum** = **negasi** dari fungsi tujuan **Minimum**.
- d. Jika tanda yang digunakan pada pembatas tidak standar seperti pada huruf a dan b, maka berlaku negasi pada hasil perhitungan.

## ANALISA SENSITIVITAS

Contoh :

Maksimumkan :  $z = 3x_1 + 2x_2$

Pembatas :  $x_1 + 2x_2 \leq 6 \dots\dots (1)$

$2x_1 + x_2 \leq 8 \dots\dots (2)$

$-x_1 + x_2 \leq 1 \dots\dots (3)$

$x_2 \leq 2 \dots\dots (4)$

$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$

Soal :

1. Cari solusi optimumnya.
2. Status sumber daya.
3. Sensitivitas dari pembatas.
4. Sensitivitas dari fungsi tujuan.

## ANALISA SENSITIVITAS

Diubah menjadi bentuk standar :

$$\begin{aligned} z - 3x_1 - 2x_2 &= 0 \\ x_1 + 2x_2 + S_1 &= 6 \quad \dots\dots (1) \\ 2x_1 + x_2 + S_2 &= 8 \quad \dots\dots (2) \\ -x_1 + x_2 + S_3 &= 1 \quad \dots\dots (3) \\ x_2 + S_4 &= 2 \quad \dots\dots (4) \\ x_1, x_2, S_1, S_2, S_3, S_4 &\geq 0 \end{aligned}$$

## ANALISA SENSITIVITAS

Iterasi 0 :

Basis	z	x1	x2	S1	S2	S3	S4	Solusi
z	1	-3	-2	0	0	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	0	0	6
S2	0	2	1	0	1	0	0	8
S3	0	-1	1	0	0	1	0	1
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

## ANALISA SENSITIVITAS

Iterasi 1 :

Basis	z	x1	x2	S1	S2	S3	S4	Solusi
z	1	0	-0,5	0	1,5	0	0	12
S1	0	0	1,5	1	-0,5	0	0	2
x1	0	1	0,5	0	0,5	0	0	4
S3	0	0	1,5	0	0,5	1	0	5
S4	0	0	1	0	0	0	1	2

## ANALISA SENSITIVITAS

Iterasi 2 (Solusi optimum) :

Basis	z	x1	x2	S1	S2	S3	S4	Solusi
z	1	0	0	0,333	1,333	0	0	12,6667
x2	0	0	1	0,667	-0,333	0	0	1,33333
x1	0	1	0	-0,333	0,667	0	0	3,33333
S3	0	0	0	-1	1	1	0	3
S4	0	0	0	-0,667	0,333	0	1	0,66667

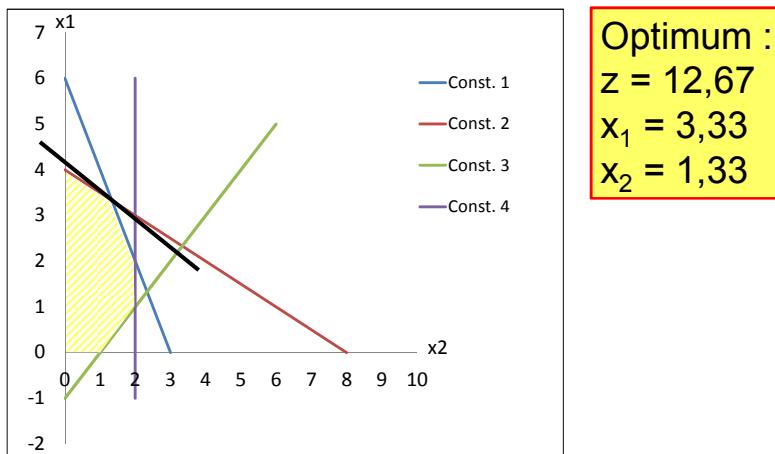
Solusi optimum :

$$z = 12,67$$

$$x_1 = 3,33 \text{ dan } x_2 = 1,33$$

## ANALISA SENSITIVITAS

Grafik :



## ANALISA SENSITIVITAS

Status sumber daya :

Basis	z	x1	x2	S1	S2	S3	S4	Solusi
z	1	0	0	0,333	1,333	0	0	12,6667
x2	0	0	1	0,667	-0,333	0	0	1,33333
x1	0	1	0	-0,333	0,667	0	0	3,33333
S3	0	0	0	-1	1	1	0	3
S4	0	0	0	-0,667	0,333	0	1	0,66667

Sumber Daya	Pembatas	Status	Slack
1	(1)	Habis	S1 = 0
2	(2)	Habis	S2 = 0
3	(3)	Berlebih	S3 = 3
4	(4)	Berlebih	S4 = 0,6667

## ANALISA SENSITIVITAS

Status sumber daya : (1) (2) (3) (4)

Basis	z	x1	x2	S1	S2	S3	S4	Solusi
z	1	0	0	0,333	1,333	0	0	12,6667
x2		Dual Price pembatas (1)		0,667	-0,333		Dual Price pembatas (2)	333333 (1)
x1				-0,333	0,667			333333 (2)
S3	0	0	0	-1	1	1	0	3 (3)
S4	0	0	0	-0,667	0,333	0	1	0,66667 (4)

Kendala aktif : pembatas (1) dan pembatas (2).

Dual price pembatas (1) = 0,333

Dual price pembatas (2) = 1,333

## ANALISA SENSITIVITAS

### Sensitivitas Pembatas

Basis	z	x1	x2	S1	S2	S3	S4	Solusi
z	1	0	0	0,333	1,333	0	0	12,6667
x2	0	0	1	0,667	-0,333	0	0	1,33333
x1	0	1	0	-0,333	0,667	0	0	3,33333
S3	0	0	0	-1	1	1	0	3
S4	0	0	0	-0,667	0,333	0	1	0,66667

Perubahan sumber daya 1 ( $b_1 = 6$ ) :

$$x_2 = 1,333 + 0,667 \quad D_1 \geq 0 \rightarrow D_1 \geq -2 \quad 4 \leq b_1 \leq 7$$

$$x_1 = 3,333 - 0,333 \quad D_1 \geq 0 \rightarrow D_1 \leq 10$$

$$S_3 = 3 - D_1 \geq 0 \rightarrow D_1 \leq 3$$

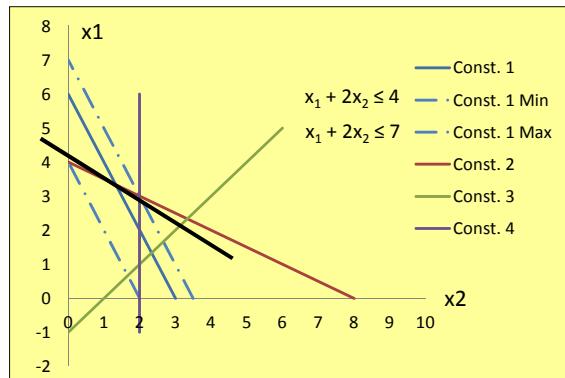
$$S_4 = 0,667 - 0,667 \quad D_1 \geq 0 \rightarrow D_1 \leq 1$$

Dual price  
pembatas 1 = 0,333

## ANALISA SENSITIVITAS

Pembatas 1 :  $x_1 + 2x_2 \leq 6$

Sensitivitas SD1 :  $4 \leq b_1 \leq 7$



Dual price = 0,333

$$b_1=6 \rightarrow z=12,667$$

$$\begin{aligned} b_1=4 & \\ z=12,667+(4-6)\times 0,333 & \\ z=12 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1=7 & \\ z=12,667+(7-6)\times 0,333 & \\ z=13 & \end{aligned}$$

## ANALISA SENSITIVITAS

### Sensitivitas Pembatas

S2	Solusi		D2	b2	b2	z
1,3333	12,667			8	8	12,667
-0,333	1,3333	$\leq$	4	Min	Max	6 10
0,6667	3,3333	$\geq$	-5	6	12	18
1	3	$\geq$	-3			
0,3333	0,6667	$\geq$	-2			

Perubahan sumber daya 2 ( $b_2 = 8$ ) :

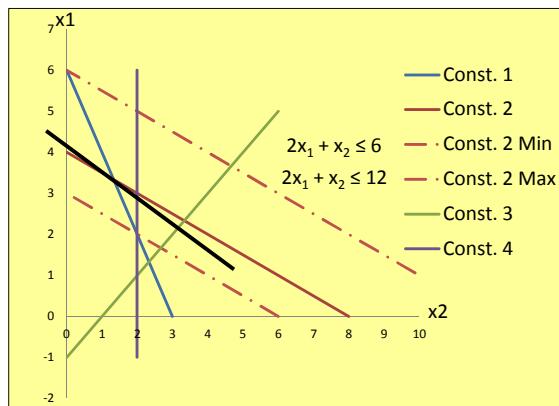
$$6 \leq b_2 \leq 12$$

Dual price pembatas 2 = 1,3333

## ANALISA SENSITIVITAS

Pembatas 2 :  $2x_1 + x_2 \leq 8$

Sensitivitas SD2 :  $6 \leq b_1 \leq 12$



Dual price = 1,333

$$b_2=8 \rightarrow z=12,667$$

$$\begin{aligned} b_2=6 & \\ z=12,667+(6-8)\times 1,333 & \\ z=10 & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_2=12 & \\ z=12,667+(12-8)\times 1,333 & \\ z=18 & \end{aligned}$$

## ANALISA SENSITIVITAS

Sensitivitas Pembatas

S3	Solusi		D3	b3	b3	z
0	12,667			1	1	12,667
0	1,3333	$\leq$	$\infty$	Min	Max	12,667
0	3,3333	$\leq$	$\infty$	-2	$\infty$	12,667
1	3	$\geq$	-3			
0	0,6667	$\leq$	$\infty$			

Perubahan sumber daya 3 ( $b_3 = 1$ ) :

$$-2 \leq b_3 \leq \infty$$

Dual price pembatas 3 = 0

## ANALISA SENSITIVITAS

### Sensitivitas Pembatas

S4	Solusi		D4	b4		b4	z
0	12,667			2	2	2	12,667
0	1,333	$\leq$	$\infty$	Min	Max	1,333	12,667
0	3,333	$\leq$	$\infty$	1,333	$\infty$	$\infty$	12,667
0	3	$\leq$	$\infty$				
1	0,667	$\geq$	-0,667				

Perubahan sumber daya 4 ( $b_4 = 2$ ) :

$$1,333 \leq b_4 \leq \infty$$

$$\text{Dual price pembatas } 4 = 0$$

## ANALISA SENSITIVITAS

### Sensitivitas Fungsi Tujuan

	S1	S2	$\Delta_1$	c1	c1	x1	x2	z
z	0,333	1,333	$\leq$	1	3	3,333	1,333	6
$x_2$	0,667	-0,333	$\geq$	-2	Min	2	2	6
$x_1$	-0,333	0,667			1	4	4	16

Perubahan koefisien 1 fungsi tujuan ( $c_1 = 3$ ) :

$$0,333 - 0,333\Delta_1 \geq 0 \rightarrow \Delta_1 \leq 1$$

$$1,333 + 0,667\Delta_1 \geq 0 \rightarrow \Delta_1 \geq -2$$

$$1 \leq c_1 \leq 4$$

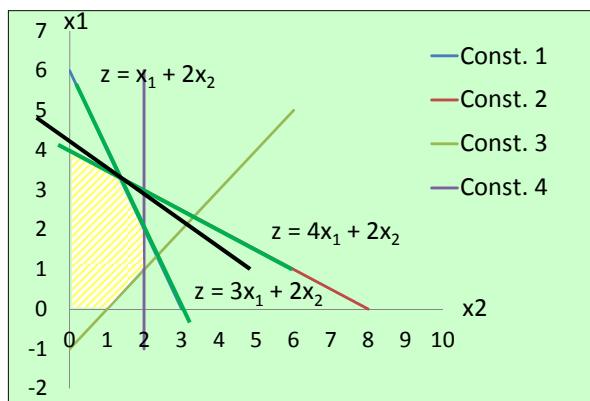
Fungsi tujuan (awal) :

$$z = 3x_1 + 2x_2$$

## ANALISA SENSITIVITAS

Fungsi tujuan (awal) :  $z = 3x_1 + 2x_2$

Sensitivitas :  $1 \leq c_1 \leq 4$



$z = x_1 + 2x_2$
$x_1 = 3,33 \quad x_2 = 1,33$
$z = 6$
$x_1 = 2 \quad x_2 = 2$
$z = 6$
$z = 4x_1 + 2x_2$
$x_1 = 3,33 \quad x_2 = 1,33$
$z = 16$
$x_1 = 4 \quad x_2 = 0$
$z = 16$

## ANALISA SENSITIVITAS

Sensitivitas Fungsi Tujuan

	S1	S2	$\Delta_2$	c2	c2	x1	x2	z	
$z$	0,333	1,333	$>=$	-0,5	2	1,5	3,333	1,333	12
$x_2$	0,667	-0,333	$<=$	4	Min Max	1,5	4	0	12
$x_1$	-0,333	0,667			1,5	6	3,333	1,333	18

Perubahan koefisien 2 fungsi tujuan ( $c_2 = 2$ ) :

$$0,333 + 0,667\Delta_2 \geq 0 \rightarrow \Delta_2 \geq -0,5$$

$$1,333 - 0,333\Delta_2 \geq 4 \rightarrow \Delta_2 \leq 6$$

$$1,5 \leq c_2 \leq 6$$

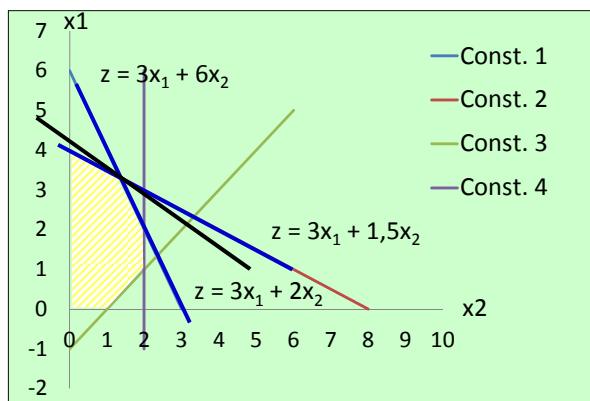
Fungsi tujuan (awal) :

$$z = 3x_1 + 2x_2$$

## ANALISA SENSITIVITAS

Fungsi tujuan (awal) :  $z = 3x_1 + 2x_2$

Sensitivitas :  $1,5 \leq c_2 \leq 6$



$z = 3x_1 + 6x_2$
$x_1=3,33 \quad x_2=1,33$
$z = 18$
$x_1=2 \quad x_2=2$
$z = 18$
$z = 3x_1 + 1,5x_2$
$x_1=3,33 \quad x_2=1,33$
$z = 12$
$x_1=4 \quad x_2=0$
$z = 12$

## ANALISA SENSITIVITAS

Langkah-langkah analisa sensitivitas dengan menggunakan Metode Simpleks :

### A. Menentukan perubahan konstanta pembatas.

1. Pada tabel iterasi terakhir, pilih **kolom** bilangan Slack (S) dan kolom Solusi.
2. Untuk setiap kolom Slack (S), hitung nilai perubahan (D) **setiap baris** dengan rumus :

$$D = \frac{\text{Angka Solusi}}{-\text{Angka Slack}}$$

untuk pembatas yang mempunyai tanda standar.

## ANALISA SENSITIVITAS

3. Beri tanda “ $\geq$ ” atau “ $\leq$ ” pada nilai D dengan ketentuan :
  - $\geq$  jika angka Solusi dan angka Slack tandanya sama.
  - $\leq$  jika angka Solusi dan angka Slack berlawanan tanda.
4. Jika pembatas menggunakan tanda non standar maka berlaku ketentuan negasi pada langkah 2 dan 3.
5. Pilih diantara nilai-nilai D dari setiap baris yang paling menentukan.
6. Tambahkan nilai D yang paling menentukan pada konstanta pembatas (b).

## ANALISA SENSITIVITAS

### B. Menentukan perubahan koefisien fungsi tujuan.

1. Pada tabel iterasi terakhir, pilih **baris fungsi tujuan** dan **baris variabel** non Slack.
2. Hanya pada kolom yang terdapat kendala aktif, hitung nilai perubahan ( $\Delta$ ) **setiap variabel (setiap baris)** dengan rumus :

$$\Delta = \frac{\text{Angka Fungsi Tujuan}}{-\text{Angka Pembatas}}$$

## ANALISA SENSITIVITAS

3. Beri tanda “ $\geq$ ” atau “ $\leq$ ” pada nilai  $\Delta$  dengan ketentuan :
  - $\geq$  jika angka fungsi tujuan dan angka pembatas tandanya sama.
  - $\leq$  jika angka fungsi tujuan dan angka pembatas berlawanan tanda.
- 4.Tambahkan nilai  $\Delta$  pada koefisien fungsi tujuan (c).